

POLITECHNIKA GDAŃSKA
BIURO RADY DZIEDZINY NAUKOWEJ
NAUKI ŚCISŁE

Wpłynęło dnia 15.12.2025
L.dz. 39/2025
Podpis 

Prof. dr hab. Roman Srzednicki
Uniwersytet Jagielloński
Instytut Matematyki

Recenzja wniosku dr. Macieja Starostki o nadanie stopnia naukowego doktora habilitowanego

Pan Maciej Starostka uzyskał stopień doktora nauk matematycznych w Instytucie Matematycznym PAN w roku 2017. W tym samym roku rozpoczął pracę na stanowisku adiunkta w Instytucie Matematyki Politechniki Gdańskiej i na tym stanowisku pozostawał do chwili złożenia dokumentacji habilitacyjnej. Ponadto przebywał na stażach postdoktorskich w Ruhr Universität Bochum (2018-2020) i Martin-Luther-Universität Halle-Wittenberg (2021-2023). Według zbMATH dorobek naukowy kandydata obejmuje 14 opublikowanych prac i 5 preprintów zamieszczonych w arXiv. Wszystkie publikacje ukazały się w uznanych w środowisku matematycznym czasopismach, m.in. w Calculus of Variations and PDEs, Mathematische Annalen i Journal of Differential Equations mających odpowiednio 200, 200 i 140 punktów na aktualnej liście MNiSzW.

Podstawą prawną mojej oceny wniosku o nadanie stopnia doktora habilitowanego jest składający się z trzech punktów art. 219 ust. 1 ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce z 20.07.2018 r. Dr. Starostka oczywiście spełnia wymagania zawarte w punktach 1 i 3, zatem ewaluacji podlega jedynie wkład jego osiągnięcia habilitacyjnego w rozwój dyscypliny.

Uważam, że osiągnięcie habilitacyjne dr. Macieja Starostki „Teoria Morse’a dla hamiltonowskiego funkcjonału działania i klasy funkcjonałów na przestrzeni Banacha” stanowi znaczny wkład w rozwój matematyki.

Uzasadnienie. Na osiągnięcie habilitacyjne dr. Starostki składają się publikacje [H1-6]. Pięć z nich jest wspólnych z L. Asselle; ponadto trzecim współautorem jednej pracy jest M. Izydorek. Zgodnie z oświadczeniami dołączonymi do dokumentacji, wkład wniesiony przez kandydata do każdej z tych publikacji był porównywalny z wkładem innych współautorów. [H1] i [H2] ukazały się w Calculus of Variations and PDEs, pozostałe w NoDEA, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Topological Methods in Nonlinear Analysis i Journal of Fixed Point Theory and Applications. W [H1-6] dominują dwie tematyki: nieskończenie wymiarowa teoria Morse’a i hipoteza Arnolda.

Teoria Morse’a w przypadku rozmierności nieskończonego wymiaru została zainicjowana w latach 1963-4 przez R. Palais i S. Smale’a. Z ich nazwiskami wiąże się istotny dla tej teorii warunek zbieżności pewnych ciągów, który w skrócie zapisuje się jako (PS). Wykorzystywane w pracach [H1-3] konstrukcje kompleksu Morse’a i związanej z nim teorii homologii dla rozmierności Hilberta i Banacha pochodzą z publikacji A. Abbondandolo i P. Mayera (lata 2001-9).

Obiektem rozważań zawartych w [H1] i [H2] jest funkcjonal działania A_H odpowiadający zależnemu od czasu, 1-okresowemu hamiltonianowi H na wiązce kōstycznej T^*M zwartej rozmaitości M (zakłada się przy tym, że H jest funkcją kwadratową w uzupełnieniu swartego podzbiorem T^*M). Dziedzina A_H została określona w [H1]: jest to w naturalny sposób zdefiniowana wiązka (oznaczona jako $\mathcal{M}^{1-s}$) nad przestrzenią Sobolewa pętli $H^s(\mathbb{R}/\mathbb{Z}, M)$, gdzie parametr s jest zawarty w przedziale $(1/2, 1)$. Spełnienie warunku (PS) przez funkcjonal A_H stanowi główny wynik [H1]. Wykorzystując ten warunek, w liczącej aż 55 stron pracy [H2] został skonstruowany kompleks Morse'a nad $\mathbb{Z}_2$ dla A_H w zakresie $s \in (1/2, 3/4)$. Homologie tego kompleksu są niezależne od wyboru hamiltonianu i są równe homologiom Floera przestrzeni T^*M . Spełnienie warunku (PS) przez funkcjonal A_H zostało także wykorzystane w [H1] do przedstawienia nowego dowodu twierdzenia H. Hofera i C. Viterbo z roku 1988 dotyczącego hipotezy Weinsteina w przypadku T^*M . Zgodnie z tą hipotezą, sformułowaną w roku 1979 przez A. Weinsteina i dotychczas nierozstrzygniętą, potok hamiltonowski posiada orbitę okresową na zwartej hiperpowierzchni typu kontaktowego.

Głównym wynikiem pracy [H3] jest twierdzenie o acykliczności homologii Morse'a pewnej klasy funkcjonałów związanych m.in. z propagacją solitonów i problemem zanurzania sfer w rozmaitościach Riemanna. Dziedziną funkcjonałów jest przestrzeń Sobolewa $W_0^{1,q}$ i, zgodnie z sugestią Smale'a, niezdegenerowanie punktów krytycznych jest wyrażone jako iniektywność drugiej różniczki. Jak zaznaczają autorzy [H3], uzyskane twierdzenie wydaje się być pierwszym wyznaczeniem homologii Morse'a w kontekście przestrzeni Banacha nie będącej przestrzenią Hilberta.

Hipoteza dotycząca dolnego oszacowania liczby punktów stałych dyfeomorfizmu hamiltonowskiego przez minimalną liczbę punktów krytycznych funkcjonałów na zwartej rozmaitości symplektycznej została sprecyzowana przez V.I. Arnolda w serii prac z lat 1965-72. Dotychczas rozstrzygnięto ją w kilku szczególnych przypadkach, m.in. dla powierzchni dwuwymiarowych (przez Ya. Eliashberga, 1979), dla torusów parzystowymiarowych T^{2n} (w pracach C.C. Conleya i E. Zehndera, 1983-6) oraz dla zespolonych przestrzeni rzutowych $\mathbb{C}P^N$ (B. Fortune, 1985). Istotny postęp przyniosły publikacje A. Floera z lat 1986-9, który w oparciu o noszącą dziś jego nazwisko nową teorię kohomologii udowodnił hipotezę dla obszernej klasy przestrzeni („monotone symplectic manifolds”). Metody wprowadzone przez Floera zainspirowały dalszy postęp badań, jednak wciąż jest daleko do rozwiązania problemu w pełnej ogólności.

Praca [H5] przedstawia nowy dowód wspomnianego powyżej wyniku Fortune dla $\mathbb{C}P^n$. Ten dowód opiera się na teorii indeksu Conleya w przestrzeniach Hilberta, relatywnej wersji „cup-length” i metodach teorii bifurkacji, a jego idee zostały wykorzystane w pracy [H6], w której udowodniono hipotezę Arnolda (w wersji bez założenia o niezdegenerowalności punktów stałych) dla szerokiej klasy dyfeomorfizmów hamiltonowskich na $T^{2m} \times \mathbb{C}P^n$. Istotną rolę wyznaczaniu zbiorów niezmienniczych izolowanych wykorzystywanych dowodzie z [H5] pełni zawarty w pracy [H4] lemat dotyczący właściwych pól wektorowych gradientowych. Główny wynik [H4] przedstawia przykład braku właściwych homotopii gradientowych w zakresie pól mających ten sam stopień Brouwera (nie jest to prawdą przy braku założenia o właściwości, co wykazał A. Parusiński w 1990r.).

Zestaw prac [H1-6] jest bardzo obszerny: łącznie liczy prawie 140 stron. Twierdzenia w nim zawarte dotyczą ważnej tematyki, badaniom której poświęcili prace

RS

najwybitniejsi matematycy drugiej połowy XX. wieku (m.in. Arnold, Floer, Smale i Weinstein). Ich dowody są długie, trudne i wymagają wykorzystania zaawansowanych narzędzi topologii algebraicznej i metod wariacyjnych. Trzeba jednak przyznać, że brak jest spektakularnych osiągnięć – nie uzyskano istotnego postępu w wyjaśnieniu hipotezy Weinstaina, a twierdzenie z [H6] nie przedstawia pełnego rozstrzygnięcia hipotezy Arnolda dla $T^{2m} \times \mathbb{C}^n$. Należy natomiast docenić innowacyjność zaprezentowanych dowodów dotyczących obu hipotez. Ponadto na szczególne uznanie zasługują wyliczenia homologii Morse'a z [H2] i [H3].

Pozostałych 8 publikacji dr. Starostki notowanych w zbMATH i niewchodzących w skład osiągnięcia habilitacyjnego także zasługuje na wysoką ocenę. Wśród nich są prace wnoszące istotny wkład w teorię zbiorów niezmienniczych izolowanych w przestrzeniach Hilberta. Pierwszą jest [Dr2] – w niej zostało wprowadzone pojęcie kohomologicznego E -indeksu Conleya. W [Pub1] został zdefiniowany nowy warunek zwartości (na podstawie idei V. Bencięgo) i udowodniono, między innymi, własność kontynuacji E -indeksu oraz jego związek z lokalnymi kohomologiami Morse'a, a struktura iloczynowa E -indeksu posłużyła w [Pub2] do przedstawienia nowego dowodu hipotezy Arnolda dla T^{2n} . W [Pub7] strukturę modułu lokalnych kohomologii Morse'a w otoczeniu izolującym potoku gradientowego funkcjonału wykorzystano do szacowania liczby punktów krytycznych. Inne publikacje dr. Starostki są nieco luźniej związane z tematyką osiągnięcia habilitacyjnego. Wśród nich wyróżniam [Pub4], której wyniki dotyczą homotopijnej niezmienniczości i aksjomatycznej charakteryzacji potoków spektralnych w teorii operatorów Fredholma.

Konkluzja. W mojej ocenie kandydatura dr. Starostki spełnia wszystkie kryteria obowiązującej ustawy Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce. Spełnia też zwyczajowy wymóg wysokiego poziomu publikacji spoza osiągnięcia habilitacyjnego. Zdecydowanie uważam, że dr. Maciej Starostka zasługuje na nadanie mu stopnia naukowego doktora habilitowanego. Ponadto uważam, że jego osiągnięcie habilitacyjne zasługuje na wyróżnienie ze względu na wagę tematyki, wartość uzyskanych wyników i rangę czasopism, w których zostało opublikowane.

Kraków, 9 grudnia 2025

Roman Średnicki